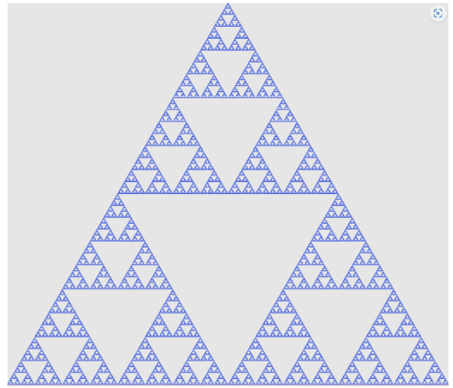
Livret pour préparer l'entrée en seconde générale.



Lycée George Sand – Domont.

Collège Léonard de Vinci – Bouffémont.

Collège Aristide Briand – Domont.

Collège Aimé Césaire – Ezanville.

Collège Marcel Pagnol – Montsoult.

Ce livret a été conçu par les professeurs de collèges et lycée, pour vous, élèves de $3^{ème}$ qui allez intégrer la classe de 2^{nde} générale à la rentrée de Septembre.

Il s'agit tout d'abord de fiches de cours reprenant une partie des notions étudiées en $3^{ème}$, à traiter avec sérieux pour aborder l'année de 2^{nde} en mathématiques dans les meilleures conditions.

Vous trouverez ensuite des fiches d'exercices regroupés sous 4 thèmes échelonnées sur 4 semaines afin de vous permettre de répartir votre travail.

Quelques conseils d'organisation :

- S'assurer que l'on maîtrise le rappel de cours avant de faire les exercices en s'interrogeant au brouillon sur ce que l'on sait concernant le sujet abordé ;
- Faire attention au soin et à la rédaction ;
- Si vous ne réussissez pas à faire un exercice, n'abandonnez pas et allez ouvrir vos cahiers de $3^{ème}$ pour y retrouver un exercice du même type.

Un corrigé des exercices sera diffusé sur le site du Lycée George Sand au début de la dernière semaine d'août.

C'est en bloquant, en se trompant, en se rendant compte de ses erreurs et en les corrigeant que l'on progresse en mathématiques.

En effet, buter sur un problème est la meilleure façon de voir ce qu'il vous a manqué pour arriver au résultat.

Contempler la solution d'un exercice que l'on n'a pas cherché ne fait pas progresser.

Fiche 1 :

Opérations avec les nombres en écriture fractionnaire.

Soient a, b, c, d et k des nombres quelconques.

Règle des signes : $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ où $b \neq 0$

Simplification : $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$ où $b, k \neq 0$

Addition, soustraction :
Pour additionner ou soustraire des écritures fractionnaires, il faut les réduire au même dénominateur puis appliquer ceci :

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$ où $b \neq 0$

Multiplication : $k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$ et $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ où $b, d \neq 0$

Division : $\frac{a}{b} : k = \frac{a}{b} \times \frac{1}{k}$ et $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ où $b, c, d, k \neq 0$

EXEMPLE DE SOUSTRACTION

Pour calculer $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$,

- On cherche un multiple commun aux deux dénominateurs :

  les multiples de 8 (*c'est-à-dire les nombres qui sont dans la table de 8*) sont : 8, 16, 24, ...

  les multiples de 12 (*c'est-à-dire les nombres qui sont dans la table de 12*) sont : 12, 24, ...

  Ainsi 24 est un multiple commun à 8 et 12.

- Par conséquent : $\frac{7}{8} - \frac{5}{12} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} - \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{21}{24} - \frac{10}{24} = \frac{21-10}{24} = \frac{11}{24}$.

Autres exemples :

$\frac{21}{14} = \frac{3 \times 7}{2 \times 7} = \frac{3}{2}$ (On a simplifié la fraction $\frac{21}{14}$)	$\frac{16}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{16 \times 3}{15 \times 2} = \frac{2 \times 8 \times 3}{3 \times 5 \times 2} = \frac{8}{5}$	$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$	$-\frac{4}{-11} = \frac{4}{-(-11)} = \frac{4}{11}$

Fiche 2 :

Calcul littéral.

1) Réduire une expression littérale revient à l'écrire le plus simplement avec le moins de termes possibles. Pour cela :
- On supprime le(s) signe(s) « × » de la multiplication lorsqu'il(s) est(sont) placé(s) devant une lettre ou devant une parenthèse.
- On regroupe les termes de l'expression du même degré d'inconnue ensemble lorsque l'expression est composée d'additions et/ou de soustractions de plusieurs termes.

Exemples :

$2 \times x = 2x$	$x \times x = x^2$	$3x \times 9 = 27x$	$5x \times 4x = 20x^2$
$x + x = 2x$	On ne peut pas réduire les expressions $2x + 9$ ou $3x + 5x^2$	$4x + 2x + 8$ $= 6x + 8$	$7x - 6x^2 + 8x + 2$ $= -6x^2 + 15x + 2$

2) Vocabulaire :
Développer un produit signifie le transformer en une somme.

a) Cas particulier : Supprimer des parenthèses précédées d'un signe « + » ou d'un signe « − »

Parenthèses précédées du signe « + » :	Parenthèses précédées du signe « – » :
On enlève les parenthèses et le signe « + » sans changer le signe des différents termes à l'intérieur des parenthèses Exemple : $A = 10 + (5x - 4)$ $A = 10 + 5x - 4$ *ou* $6 + 5x$	On enlève les parenthèses et le signe « – » en changeant tous les signes des différents termes à l'intérieur des parenthèses Exemple : $D = 10 - (5x - 4)$ $D = 10 - 5x + 4$ *ou* $14 - 5x$

b) Distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction :

Quels que soient les nombres a, b, c, d et k :

$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$ ou $k \times (a-b) = k \times a - k \times b$	$B = 3x(7x+5)$ $B = 3x \times 7x + 3x \times 5$ $B = 21x^2 + 15x$
$(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$	$C = (x-7)(2x+9)$ $C = x \times 2x + x \times 9 + (-7) \times 2x + (-7) \times 9$ $C = 2x^2 + 9x - 14x - 63$ *ou* $2x^2 - 5x - 63$

c). L'identité remarquable :

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$D = (6x+7)(6x-7)$ $D = (6x)^2 - 7^2$ *ou* $36x^2 - 49$

3) Vocabulaire.

Factoriser une somme signifie la transformer en un produit de facteurs.

a) Avec un facteur commun.

$k \times a + k \times b = k \times (a+b)$ *ou* $k \times a - k \times b = k \times (a-b)$	$E = 7x^2 - 21x$ $F = x^2 + 4x^3$ $E = 7x(x-3)$ $F = x^2(1+4x)$

b) Avec l'identité remarquable.

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$G = x^2 - 16$ $H = 25x^2 - 1$ $I = 64 - 144x^2$ $G = (x+4)(x-4)$ $H = (5x+1)(5x-1)$ $I = (8+12x)(8-12x)$

Fiche 3 :

Equations

RAPPELS DE COURS :

Résoudre une équation d'inconnue x, c'est trouver toutes les valeurs possibles que l'on peut donner à x pour que l'égalité donnée soit vraie.

1) Équations du premier degré :

Exemple 1 : $6x-10=2$ $6x-10+10=2+10$ $6x=12$ $\frac{6x}{6}=\frac{12}{6}$ $x=2$ La solution de l'équation est 2.	Exemple 2 : $5x+2=3x-4$ $5x-3x=-4-2$ $2x=-6$ $\frac{2x}{2}=\frac{-6}{2}$ $x=-3$ La solution de l'équation est -3.

2) Equations produit-nul :

Exemple 3 : Résoudre $(3x-2)(-x+7)=0$ Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, au moins l'un des facteurs est nul.	Soit $3x-2=0$ Soit $-x+7=0$ $3x=0+2$ $-x=0-7$ $3x=2$ $-x=-7$ $x=\frac{2}{3}$ $x=7$ L'équation admet deux solutions : $\frac{2}{3}$ et 7.

Fiche 4 :

Fonctions

RAPPELS DE COURS :

Une **fonction** est un processus qui, à chaque valeur du nombre x, associe un et un seul nombre noté $f(x)$, appelé **l'image de x par f**. On écrit $f: x \mapsto f(x)$

On dit aussi que x est **un antécédent de** $f(x)$.

Exemples :

1) Fonction définie par une expression littérale :

On considère la fonction $g : x \mapsto x(2-x)$.

On peut calculer précisément les valeurs des images :

Ainsi $g(5) = 5 \times (2-5) = -15$,

L'image de 5 par la fonction g est –15.

$g(-50) = -50 \times \left(2-(-50)\right) = -50 \times 52 = -2600.$

L'image de –50 par la fonction g est –2600.

Les antécédents de 0 par g sont 0 et 2

(car $g(0) = 0 \; et \; g(2) = 0$)

2) Tableau de valeurs :

Le tableau de valeurs ci-contre définit une fonction *h* :

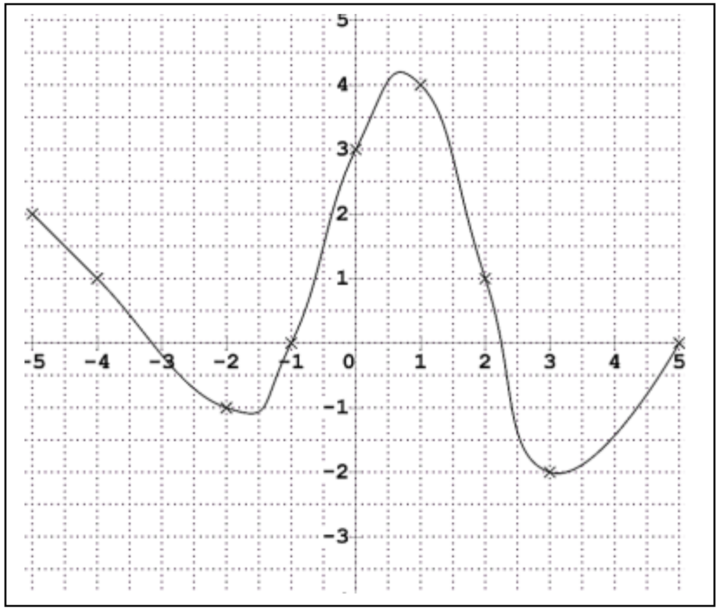
x	–1	3	3,5	0	7	–2
$h(x)$	0	2	–2	2	–5,5	–1

Ainsi $h(-1) = 0, \quad h(7) = -5{,}5.$

Les antécédents de 2 par *h* sont 3 et 0.

3) **La représentation graphique d'une fonction f** dans un repère du plan est la courbe définie par l'ensemble de tous les points de coordonnées $(x; f(x))$.

Exemple :
Le graphique ci-contre représente une fonction f.
A chaque nombre (antécédent) x compris entre -5 et 5, lu sur l'axe des abscisses, la courbe associe le nombre $f(x)$ (image), lu sur l'axe des ordonnées.



Ainsi :

- L'image de -5 est 2 ;
- L'image de -4 est 1 ;
- $f(-1) = 0$; $f(0) = 3$; $f(4) \approx -1{,}4$.

De même :

- Les antécédents de 3 par f sont 0 et 1,5.
- -2 n'a qu'un seul antécédent par f : 3.
- -3 n'a pas d'antécédent par f.

Fiche 5 :

Fonctions affines et linéaires.

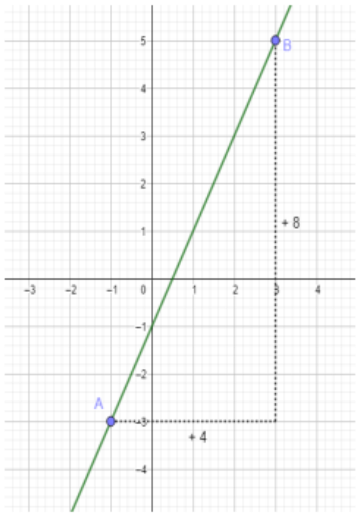
Une fonction affine est une fonction pouvant s'écrire sous la forme $f(x)=ax+b$.

Par exemple : $f: x \mapsto 2x-1$ est une fonction affine car elle est de la forme $f(x)=ax+b$ avec $a=2$ et $b=-1$.

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
- Le nombre a est appelé *le coefficient directeur* (ou pente) de la droite.
- Le nombre b est appelé *l'ordonnée à l'origine* de la droite.

Ces deux nombres peuvent se déterminer grâce à la droite.

Par exemple : sur la représentation graphique ci-contre, on choisit deux points A et B.



En se déplaçant de A vers B, on se déplace de +4 à l'horizontal et de +8 à la verticale.
Le nombre a se calcule avec le quotient :

$$a=\frac{déplacement\ vertical}{déplacement\ horizontal}=\frac{+8}{+4} ou 2 \ .$$

L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées.
Ici : $b=-1$

Donc cette droite représente la fonction $f: x \mapsto 2x-1$.

Une fonction linéaire est une fonction pouvant s'écrire sous la forme $f(x)=ax$.

Par exemple : $f: x \mapsto \frac{-1}{3}x$ est une fonction linéaire car elle est de la forme

$f(x)=ax$ avec $a=\frac{-1}{3}$.

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

Les fonctions linéaires modélisent des situations de proportionnalité.
Par exemple : les variations en pourcentages.

	Prendre 5 % de x , c'est multiplier x par 0,05.	Augmenter x de 5 %, c'est multiplier x par 1,05.	Diminuer x de 5 %, c'est multiplier x par 0,95.
Expression littérale	$0{,}05\,x$	$1{,}05\,x$	$0{,}95\,x$
Fonction linéaire	$x \mapsto 0{,}05\,x$	$x \mapsto 1{,}05\,x$	$x \mapsto 0{,}95\,x$

Fiche 6 :

Pourcentages simples et pourcentages d'évolution.

Définition : Un pourcentage est une proportion exprimée par rapport au nombre cent. Cette proportion peut être exprimée sous forme de fraction ou de son résultat sous forme décimale (forme à privilégier)

Exemples :

58 % correspond à $\frac{58}{100}$ *ou* 0,58.	0,56 correspond à 56 %
20 % correspond à 0,2	0,1 correspond à 10 %
115 % correspond à 1,15	1,2 correspond à 120 %

➢ Pourcentages simples.

Appliquer un pourcentage simple :	Exprimer en pourcentage simple :
Pour calculer p % d'une quantité, il faut multiplier cette quantité par $\frac{p}{100}$ ou son écriture décimale.	**Pour exprimer une comparaison en pourcentage, il faut faire correspondre un pourcentage à l'écriture décimale de la division des deux quantités.**
75 % des 1240 employés d'une entreprise sont des femmes. $75\ \% \rightarrow 0{,}75$ $1240 \times 0{,}75 = 930$ Donc 930 employés sont des femmes.	*Sur les 540 habitants d'un village, 324 sont des hommes.* $\frac{324}{540} = 0{,}6$ $0{,}6 \rightarrow 60\ \%$ Donc 60 % des habitants sont des hommes.

➢ Pourcentages d'évolution.

Augmenter un nombre de p %, c'est le multiplier par l'écriture décimale correspondant à 100 % + p %.

Diminuer un nombre de p %, c'est le multiplier par l'écriture décimale correspondant à 100 % − p %.

Exemples :

Ancien prix	Augmentation de ….	Multiplier l'ancien prix par ...	Nouveau prix
70,00 €	30%	1,3	91,00 €
13,40 € (14,07 ÷ 1,05)	5%	1,05	14,07 €

Ancien prix	Baisse de ….	Multiplier l'ancien prix par ...	Nouveau prix
40,00 €	30%	0,7	28,00 €
260,00 € (208 ÷ 0,8)	20%	0,8	208,00 €

Un article de 300 € augmente de 6 %. Quel est son nouveau prix ? $100\ \% + 6\ \% = 106\ \% \rightarrow 1{,}06$ $300 \times 1{,}06 = 318$ Le nouveau prix est 318 €.	*L'effectif d'un club de sport de 350 membres diminue de 4 %. Quel est son nouvel effectif ?* $100\ \% - 4\ \% = 96\ \% \rightarrow 0{,}96$ $350 \times 0{,}96 = 336$ Le nouvel effectif est 336 membres.
Un article a vu son prix augmenter de 6 %. Après cette augmentation, il coûte 127,20 €. Quel était son prix initial ?	*L'effectif d'un club de sport a diminué de 4 % en 2023. A la fin de l'année, le club compte 384 membres. Combien y avait-il de membres avant cette diminution ?*

$100\ \% + 6\% = 106\ \% \rightarrow 1{,}06$ $127{,}02 \div 1{,}06 = 120$ Le prix initial était de 120 €.	$100\ \% - 4\ \% = 96\ \% \rightarrow 0{,}96$ $384 \div 0{,}96 = 400$ Avant cette diminution, il y avait 400 membres.

- **Exprimer en pourcentage de variation.**

Pour exprimer une comparaison en pourcentage de variation, il faut faire correspondre un pourcentage à l'écriture décimale de la division des deux quantités ET donner son écart à 100 %.

Allan a acheté une voiture neuve valant 15 000 €. Au bout d'un an, il peut espérer revendre son véhicule 10 500 €. *Quel pourcentage de sa valeur ce modèle a-t-il perdu la première année ?* $\frac{10500}{15000} = 0{,}7$ $0{,}7 \rightarrow 70\ \% = 100\ \% - 30\ \%$ Le modèle a perdu 30 % de sa valeur.	*Eric est payé 1200 € au mois de Juillet puis 1296 € au mois d'Août.* *De quel pourcentage son salaire a-t-il augmenté entre les mois de Juillet et d'Août ?* $\frac{1296}{1200} = 1{,}08$ $1{,}08 \rightarrow 108\ \% = 100\ \% + 8\ \%$ Son salaire a augmenté de 8 %.

- **Cumuler des pourcentages de variation**

Dans un collège, l'effectif a augmenté de 10 % entre 2021 et 2022, puis à nouveau de 20 % entre 2022 et 2023. *De quel pourcentage, l'effectif a-t-il augmenté entre 2021 et 2023 ?* $100\ \% + 10\ \% = 11\ 0\% \rightarrow 1{,}1$ $100\ \% + 20\ \% = 120\ \% \rightarrow 1{,}2$ $1{,}1 \times 1{,}2 = 1{,}32$ $1{,}32 \rightarrow 132\ \% = 100\ \% + 32\ \%$ En deux ans, l'effectif a augmenté de 32%.	*Au mois de Mai, le prix d'un téléviseur est augmenté de 10 %. A la faveur de la période de soldes du mois de Juin, il est baissé de 20 %.* *Finalement, en juin, ce téléviseur est-il plus cher ou moins cher qu'en Avril ? De quel pourcentage ?* $100\ \% + 10\ \% = 110\ \% \rightarrow 1{,}1$ $100\ \% - 20\ \% = 80\ \% \rightarrow 0{,}8$ $1{,}1 \times 0{,}8 = 0{,}88$ $0{,}88 \rightarrow 88\ \% = 100\ \% - 12\ \%$ En deux mois, le prix a diminué de 12 %.